ARCHIMEDIS
OPERA OMNIA
CUM COMMENTARIIS EUTOCII

ITERUM EDIDIT

J. L. HEIBERG
PROFESSOR HAUNIENSIS

VOLUMEN I

MDCCCCX
LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI

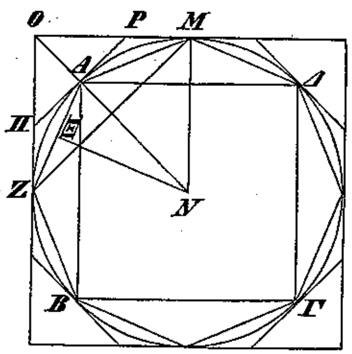
DIMENSIO CIRCULI.

α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

ἐχέτω ὁ $AB\Gamma\Delta$ *κύκλος τριγώνῳ τῷ* E, *ὡς ὑπόκειται· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστίν.*

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ $A\Gamma$ *τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς*



ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου· τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. εἰλήφθω κέντρον τὸ N *καὶ κάθετος ἡ* $N\Xi$· *ἐλάσσων ἄρα ἡ*

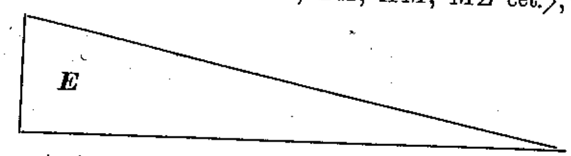
Ἀρχιμηδους κυκλου μετρησις AB², Archimedis Syracusani liber B. 1 α'] om. AB.

I.

Triangulo rectangulo aequalis est circulus omnis, cuius radius aequalis est alteri laterum rectum angulum comprehendentium, ambitus autem basi.[1])

circulus $AB\Gamma\Delta$ ad triangulum E[2]) ita se habeat, ut propositum est; dico, eum ei aequalem esse.

nam si fieri potest, sit maior circulus, et inscribatur quadratum $A\Gamma$, arcus autem in binas partes aequales diuidantur ⟨et ducantur rectae BZ, $Z\Delta$, ΔM, $M\Delta$ cet.⟩,[3]) et



segmenta iam minora sint eo spatio, quo circulus triangulum excedit;[4]) itaque figura rectilinea adhuc maior est tri-

---

1) Aliam et eam correctiorem huius propositionis formam significat Eutocius: *ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιόν φησιν· ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ*; et infra: *τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον — ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ.* citant Hero, Metr. p. 66, 27, Pappus I p. 258, 17; 312, 20; III p. 1158, 22, Proclus in Eucl. p. 423, 3, Anonymus Hultschii 42, 3 p. 265. demonstrationem repetit Pappus V, 6 p. 312—16 ex Zenodoro ap. Theonem in Ptolemaeum p. 12—13 ed. Basil.

2) Archimedes scripserat *πρὸς τρίγωνον τὸ* E lin. 5.

3) Tale aliquid Archimedes sine dubio addiderat lin. 9. omnino in toto hoc opusculo genus dicendi et exponendi breuitate tam neglegenti laborat, ut manum excerptoris potius quam Archimedis agnoscas.

4) Hoc fieri potest per Eucl. XII, 2 p. 144, 6 sqq. collata X, 1. cfr. De sph. et cyl. I, 6 p. 20.

ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. ἔστιν δὲ καὶ ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου· ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ *Ε* τριγώνου· ὅπερ ἄτοπον.

ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων τοῦ *Ε* τριγώνου, καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΟΑΡ*. ἡ *ΟΡ* ἄρα τῆς *ΜΡ* ἐστιν μείζων· ἡ γὰρ *ΡΜ* τῇ *ΡΑ* ἴση ἐστί· καὶ τὸ *ΡΟΠ* τρίγωνον ἄρα τοῦ *ΟΖΑΜ* σχήματος μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ. λελείφθωσαν οἱ τῷ *ΠΖΑ* τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ *Ε* τοῦ *ΑΒΓΔ* κύκλου· ἔτι ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον τοῦ *Ε* ἐστιν ἔλασσον· ὅπερ ἄτοπον· ἔστιν γὰρ μεῖζον, ὅτι ἡ μὲν *ΝΑ* ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου. ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ *Ε* τριγώνῳ.

β΄.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν $\overline{\iota\alpha}$ πρὸς $\overline{\iota\delta}$.

ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ *ΑΒ*, καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ *ΓΗ*, καὶ τῆς *ΓΔ* διπλῆ ἡ *ΔΕ*, ἕβδομον δὲ ἡ *ΕΖ* τῆς *ΓΔ*. ἐπεὶ οὖν τὸ *ΑΓΕ* πρὸς τὸ *ΑΓΔ* λόγον ἔχει, ὃν $\overline{\kappa\alpha}$ πρὸς $\overline{\zeta}$, πρὸς δὲ τὸ *ΑΕΖ* τὸ *ΑΓΔ* λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν, τὸ *ΑΓΖ* πρὸς τὸ *ΑΓΔ* ἐστιν, ὡς $\overline{\kappa\beta}$ πρὸς $\overline{\zeta}$. ἀλλὰ τοῦ *ΑΓΔ* τετρα-

5 *δέ*] AB, fort. *δή*. *ἐλάσσων*] B, mg. G, *μειζων* A. 6 *περιγεγράφθω*] in *-γράφθω* inc. C. 9 *τῇ*] BCGH, *της* A. 11 *μεῖζόν*] A, *μείζων* (C). *λελείφθωσαν*] AC, accipiantur B. 12 *τομεῖ*] A(C), sectores B. 16 *τριγώνου*] in *τρι-* des. (C). 18 *β΄*] om. AB. 25 *πρὸς ἕν*] rursus inc. C. 26 *τοῦ*] AB, *τό* C.

angulo. sumatur centrum N, et perpendicularis ⟨ducatur⟩ $N\Xi$; itaque $N\Xi$ minor est latere[1]) trianguli. sed etiam perimetrus figurae rectilineae minor est reliquo latere, quia etiam ambitu circuli minor est [De sph. et cyl. I p. 10]; itaque figura rectilinea minor est triangulo E [ZMP. XXIV p. 180 nr. 12]; quod fieri nequit.

sit autem circulus, si fieri potest, minor triangulo E, et circumscribatur quadratum, et arcus in binas partes aequales secentur, per puncta autem ⟨sectionum⟩ rectae contingentes ducantur; itaque $\angle\, OAP$ rectus est [Eucl. III, 18]. quare $OP > MP$; nam $MP = PA$ [ZMP. XXIV p. 181 nr. 15]; itaque etiam triangulus $PO\Pi > \frac{1}{2} OZAM$.[2]) relinquantur segmenta segmento[3]) ΠZA similia minora eo spatio, quo E triangulus circulum $AB\Gamma\Delta$ excedit;[4]) itaque figura rectilinea circumscripta adhuc minor est triangulo E; quod fieri nequit; est enim maior, quia NA aequalis est catheto trianguli, perimetrus autem maior basi trianguli.[5]) ergo circulus aequalis est triangulo E.

II.

Circulus ad diametrum quadratam eam rationem habet, quam $11 : 14$.[6])

sit circulus, cuius diametrus sit AB, et circumscribatur quadratum ΓH, et sit $\Delta E = 2\Gamma\Delta$, $EZ = \frac{1}{7}\Gamma\Delta$. iam quoniam est $A\Gamma E : A\Gamma\Delta = 21 : 7$, sed $A\Gamma\Delta : AEZ = 7 : 1$ [Eucl. VI, 1], erit

1) *τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς* (h. e. catheto) lin. 1 obscurius quam pro more Archimedis dictum est.

2) Nam $OAP > APM$ (Eucl. VI, 1) et

$$OAP = \tfrac{1}{2} PO\Pi,\ PAM = A\Pi Z.$$

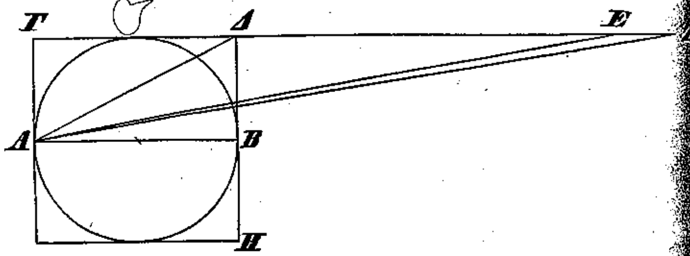
3) *τομεῖ* lin. 12 Archimedes non scripsit pro *ἀποτμήματι*.

4) Cum $PO\Pi > \frac{1}{2} OZAM$, hoc fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. De sph. et cyl. I, 6.

5) Quia maior est ambitu circuli; De sph. et cyl. I, 1.

6) Citant Hero, Metr. p. 66, 6, Pseudohero, Geom. 103.

πλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον, τὸ δὲ ΑΓΔΖ τρίγωνον τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν [ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ βάσις τῆς



διαμέτρου τριπλασίων καὶ τῷ ζ' ἔγγιστα ὑπερέχουσα δειχθήσεται]· ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια̅ πρὸς ιδ̅.

γ'.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

ἔστω κύκλος καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ καὶ κέντρον τὸ Ε καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτου ὀρθῆς· ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν τ̅ϛ̅ πρὸς ρ̅ν̅γ̅, ἡ δὲ ΕΓ πρὸς [τὴν] ΓΖ λόγον ἔχει, ὃν σ̅ξ̅ε̅ πρὸς ρ̅ν̅γ̅. τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ [καὶ ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι]. ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὥστε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ φ̅ο̅α̅ πρὸς ρ̅ν̅γ̅. ἡ ΕΗ ἄρα

1 ΑΓΔΖ] ABC, ΑΓΖ G et e corr. B. 4 τῷ] B(C)G, του A. ζ'] ξ̄ C, ἑβδόμῳ μέρει G. 6 ιδ̅] des. C. 7 η'] A, om. B. 15 ὃν] Eutocius, BG, η ον A; post ΓΖ add. maiorem B².

$$A\Gamma Z : A\Gamma\Delta = 22 : 7.$$ 1)

sed $\Gamma H = 4\, A\Gamma\Delta$ [Eucl. I, 34], et triangulus $A\Gamma\Delta Z$ circulo AB aequalis est [prop. 3, prop. 1]; 2) ergo circulus ad quadratum ΓH eam rationem habet, quam 11 : 14.

III.

Cuiusuis circuli perimetrus diametro triplo maior est et praeterea excedit spatio minore, quam septima pars diametri est, maiore autem quam $\frac{10}{71}$. 3)

sit circulus et diametrus $A\Gamma$ et centrum E et $\Gamma\Lambda Z$ recta circulum contingens et $\angle ZE\Gamma$ tertia pars recti; itaque $EZ : Z\Gamma = 306 : 153$ [u. Eutocius] et

$$E\Gamma : \Gamma Z = 265 : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

iam secetur $\angle ZE\Gamma$ in duas partes aequales recta EH [Eucl. I, 9]; est igitur

$$ZE : E\Gamma = ZH : H\Gamma \text{ [Eucl. VI, 3].}$$

itaque

$$ZE + E\Gamma : Z\Gamma = E\Gamma : \Gamma H \text{ [u. Eutocius];}$$ 4)

quare

$$\Gamma E : \Gamma H > 571 : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$ 5)

1) Nam ἀνάπαλιν (Eucl. V, 7 coroll.) $AEZ : A\Gamma\Delta = 1 : 7$; tum componendo (Eucl. V, 18) sequitur proportio. sed poterat statim concludi ex Eucl. VI, 1; nam $\Gamma Z = (3 + \frac{1}{7})\Gamma\Delta = \frac{22}{7}\Gamma\Delta$.

2) Hic locus ἐπεί lin. 2 — 5 δειχθήσεται mire confusus transscriptori tribuendus, qui eum addidit, postquam prop. 2 et 3 permutauit; neque enim Archimedes hanc propositionem ante prop. 3, qua nititur, posuit.

3) Citatur haec propositio a Ptolemaeo, Synt. I p. 513, 4 et Simplicio in Arist. de cael. p. 549, 11. cfr. Hero, Metr. p. 66, 18 et Archimedes, Arenar. I, 19; II, 3.

4) Sequentia uerba lin. 17—18 καὶ ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι a transscriptore ex Eutocio huc prauo ordine illata sunt.

5) Quae Archimedes breuissime omissis computationibus proponit, copiose et perspicue explicat Eutocius; quare satis habui lectorem ad eum reuocare. non paucas scripturas uariantes habet, alias parui momenti, ut lin. 13 ΓEZ, 20 HE,

EUTOCII COMMENTARIUS
IN DIMENSIONEM CIRCULI.

Ἐχόμενον ἂν εἴη τὸν ἐμὸν πληροῦντι σκοπὸν τοῖς σαφεστέροις καὶ βραχυτέρας ἐπιστάσεως δεομένοις τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους γεγραμμένων ἐντυγχάνοντι καὶ τὰ ὁπωσοῦν ἐν αὐτοῖς ἐπεξεργασίας δεόμενα τὸν δυνατὸν τρόπον συνεχῆ ποιεῖν τοῖς πρότερον ὑφ' ἡμῶν ἐν τῷ Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου γεγραμμένοις εὐχῆς ὡς ἀληθῶς ἀξίου τυγχάνοντος τοῦ καὶ τοῖς μείζοσι καὶ πλείονος φροντίδος δεομένοις ἐπιστῆναι. εἴη δ' ἂν ὡς πρὸς τὸ προκείμενον ἐφεξῆς τὸ γεγραμμένον Ἀρχιμήδει βιβλίδιον Κύκλου μέτρησιν τὴν ἐπιγραφὴν ἔχον, ἐν ᾧ τὴν πρόθεσιν τἀνδρὸς ἐξ αὐτῆς τῆς ἐπιγραφῆς γνωρίζομεν· βούλεται γὰρ ἐπιδεῖξαι, τίνι χωρίῳ εὐθυγράμμῳ ἴσος ἂν εἴη κύκλος, πρᾶγμα πάλαι πρὸς τῶν πρὸ αὐτοῦ κλεινῶν φιλοσόφων ἐξητημένον. δῆλον γάρ, ὅτι τουτὶ ἂν εἴη τὸ ζητούμενον, ὅπερ Ἱπποκράτης τε ὁ Χῖος καὶ Ἀντιφῶν ζητήσαντες ἐπιμελῶς ἐκείνους ἡμῖν τοὺς παραλογισμοὺς εὑρήκασιν, οὓς ἀκριβῶς εἰδέναι νομίζω τούς τε τὴν Εὐδήμου Γεωμετρικὴν ἱστορίαν ἐπεσκεμμένους καὶ τῶν Ἀριστοτελικῶν μετασχόντας κηρίων. ἀλλ' ἔστι μὲν τοῦτο τὸ βιβλίον, ὥς φησιν Ἡρακλείδης ἐν τῷ Ἀρχιμήδους βίῳ, πρὸς τὰς τοῦ βίου χρείας ἀναγκαῖον· δείκνυσιν γάρ, ὅτι ἡ περιφέρεια τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλασία καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάττονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις. τοῦτο οὖν φησιν σύνεγγυς δεδεῖχθαι, εὑρῆσθαι μέντοι αὐτῷ διά τινων ἑλίκων εὐθεῖαν ἴσην τῇ δοθείσῃ κύκλου περιφερείᾳ.

Consentaneum, opinor, mihi erit institutum meum persequenti, ubi in scriptis Archimedis in ea incido, quae clariora sunt et breuiorem explicationem exposcant, quaecunque in iis quoque aliquo modo elaborationem requirunt, quantum fieri possit, cum iis connectere, quae antea in opus De sphaera et cylindro scripsimus, cum certe optandum sit, ut etiam ad maiora explicatuque difficiliora adcedamus. sequitur igitur, ut in exemplari proposito, libellus ab Archimede scriptus, qui inscribitur Circuli dimensio, in quo quid sibi ille proposuerit, ex ipso titulo comperimus; conatur enim demonstrare, cui spatio rectilineo aequalis sit circulus, rem iam diu ab philosophis claris, qui ante eum floruerant, quaesitam. adparet enim, hoc illud esse, quod et Hippocrates Chius et Antipho studiose quaerentes paralogismos nobis illos inuenerint, quos satis nouisse eos puto, qui Geometriae historiam Eudemi[1]) inspexerint et ceria Aristotelica[2]) cognouerint. est autem, ut dicit Heraclides in Vita Archimedis, hic liber ad uitae usum necessarius; ostendit enim, ambitum triplo maiorem esse diametro et insuper excedere spatio, quod minus est quam $\frac{1}{7}$, maius autem quam $\frac{10}{71}$. hoc igitur dicit adpropinquando demonstratum esse, inuenisse uero eum per spirales quasdam lineas rectam dato ambitui circuli aequalem.[3])

1) Cuius hoc ipsum fragmentum seruauit Simplicius comment. in Phys. 185^a 14; cfr. Spengel, Eudemi fragm. p. 120 sq.
2) H. e. *Περὶ σοφιστ. ἐλέγχ.* 11.
3) *Περὶ ἑλίκων* prop. 18. cfr. Quaest. Arch. p. 29 not. 2.

Hoc opusculum om. B. *Ευτοκιου Ασκαλωνιτου υπομνημα εις την Αρχιμηδους του κυκλου μετρησιν* A. 14 *ἐξητημένον*] *Wallis*, *ἐξητημένων* *Basil.*, *εξητημενον* A. 23 *ἐλάττονι*] scripsi, *ελαττον* A. *μείζονι*] scripsi, *μειζον* A.

Εἰς τὸ α′ θεώρημα.

Τὸ πρῶτον θεώρημα καὶ τοῖς ἐπὶ ποσὸν μαθημάτων γυμνασαμένοις οὐδεμίαν ἔχον ζήτησιν φαίνεται αὐτῶν τῶν Ἀρχιμήδους ῥημάτων σαφῶς ἐκτεθειμένων καὶ τὸ συμπέρασμα πρὸς τὴν πρότασιν ἀνελλειπῶς ἀποσωζόντων.

δοκεῖ δέ τινι κατακεχρῆσθαι πρὸς τὴν ἀπόδειξιν πράγματι μηδέπω δεδειγμένῳ. ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιόν φησιν· ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ· ἀλλὰ περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν λαβεῖν οὐδὲ πρὸς αὐτοῦ ἤδη δεδειγμένον εἶναι, ἀλλ' οὐδὲ ὑπ' ἄλλου παραδεδομένον. συνορᾶν δὲ ὅμως χρή, ὡς οὐδὲν ἔξω τῶν προσηκόντων ὑπ' Ἀρχιμήδους γράφεται. εἶναι γάρ τι μέγεθος τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου παντί που δῆλον, οἶμαι, καὶ τοῦτο τῶν ἐφ' ἓν διαστατῶν, ἔστιν δὲ καὶ εὐθεῖα τοῦ αὐτοῦ εἴδους· κἂν εἰ μηδέπω οὖν ἐφάνη δυνατὸν περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν πορίσασθαι, ἀλλ' ὅμως εἶναί τινα τῇ φύσει εὐθεῖαν ἴσην αὐτὸ πρὸς οὐδενός ἐστι ζητούμενον. τὸ τοίνυν καὶ πρὸς Ἀρχιμήδους προτεθὲν τοιοῦτόν ἐστιν, ὅτι τὸ τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον τὸ ἔχον, ὡς προείρηται, τὰς πλευρὰς ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ· ὥστε τὸ προτεθὲν ἐκθέμενος οὐδεμιᾶς ἂν καταχρήσεως κρίνοιτο, θαυμαστὸς δ' ἂν μᾶλλον κἂν τούτοις δόξειεν τοῖς οὕτως ὑπερμεγέθεσιν τῶν ζητημάτων σαφῆ καὶ ῥᾳδίαν τὴν εὕρησιν ἐπιτιθείς.

ὡς δὲ εἴρηται, οὐδεμιᾶς δεῖ ζητήσεως τῷ πρώτῳ θεωρήματι. τὸ γὰρ ΠΟΡ τρίγωνον ὅτι μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΖΟΜ σχήματος, καὶ ὅτι ἁπλῶς περὶ τὸν δοθέντα κύκλον δυνατὸν εὐθύγραμμον περιγράψαι, ὥστε

In theorema I.

Primum theorema iis, qui uel aliquatenus in mathematicis uersati sint, nullam praebere haesitationem adparet, cum ipsa uerba Archimedis et dilucide exposita sint et constructionem cum proposito plane congruentem seruent.

cuidam autem uidetur ad demonstrationem re nondum demonstrata abusus esse. supposito enim triangulo rectangulo: habeat, inquit [I p. 232, 5], alterum latus eorum, quae angulum rectum comprehendunt, radio aequale, alterum ambitui; uerum recta linea ambitui circuli aequalis quo modo sumenda sit, neque ab ipso antea demonstratum esse neque ab alio quoquam praeceptum. at tamen considerandum est, nihil inepti ab Archimede scriptum esse. nam ambitum circuli magnitudinem quandam esse et id quidem ex iis, quarum una tantum sit dimensio, inter omnes, opinor, constat; uerum etiam linea recta eiusdem generis est. itaque, etiam si nondum cognitum est, fieri posse, ut linea recta ambitui circuli aequalis construatur, at tamen hoc ipsum nemini dubium est, re ipsa exstare rectam aliquam aequalem. iam quod ipsum Archimedes proposuit, huiusmodi est, triangulum rectangulum latera habentem, qualia diximus, aequalem esse circulo; quare nullius in proposito exponendo abusus argui poterit, sed potius hic quoque admirandus uidebitur, quod quaestiones tam ingentes tam perspicua et facili inueniendi ratione resoluerit.

uerum, uti diximus, in primo theoremate nulla opus est disquisitione. nam triangulum *ΠΟΡ* maiorem esse dimidia parte figurae *ΑΖΟΜ* [I p. 234, 10—11], et omnino fieri posse, ut circum datum circulum figura rectilinea circum-

---

19 αὐτὸ] αὐτῇ *Basil.* 24 θαυμαστὸς] *Wurm*, θαυματος A, θαυμάσιος *Wallis*. 27 δεῖ] addidi praeeunte *Knochio*, om. A.

τὰ τμήματα τὰ μεταξὺ τῶν τοῦ κύκλου περιφερειῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ περιγραφομένου εὐθυγράμμου ἐλάττονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου, σαφῶς εἴρηται ἐν τοῖς εἰς τὸ πρῶτον τῶν Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου γεγραμμένοις ἡμῖν.

Εἰς τὸ γʹ θεώρημα.

Ἐν τούτῳ τῷ θεωρήματι συνεχῶς ἐπιταττόμεθα τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ τὴν τετραγωνικὴν πλευρὰν εὑρεῖν. τοῦτο δὲ ἀκριβῶς μὲν εὑρεῖν ἐπὶ ἀριθμοῦ μὴ ὄντος τετραγώνου ἀδύνατον· ἀριθμὸς μὲν γὰρ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖ τινα τετράγωνον ἀριθμόν, ὁ ἀριθμὸς δὲ καὶ μόριον ἐφ' ἑαυτὰ γενόμενα οὐκέτι ἀριθμὸν ποιεῖ πλήρη, ἀλλὰ καὶ μόριον. ὅπως δὲ δεῖ σύνεγγυς τὴν δυναμένην πλευρὰν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν εὑρεῖν, εἴρηται μὲν Ἥρωνι ἐν τοῖς Μετρικοῖς, εἴρηται δὲ Πάππῳ καὶ Θέωνι καὶ ἑτέροις πλείοσιν ἐξηγουμένοις τὴν Μεγάλην σύνταξιν τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου· ὥστε οὐδὲν ἡμᾶς χρὴ περὶ τούτου ζητεῖν ἐξὸν τοῖς φιλομαθέσιν ἐξ ἐκείνων ἀναλέγεσθαι.

Καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ τρίτου ὀρθῆς] ἐὰν γὰρ τὴν τοῦ ἑξαγώνου περιφέρειαν διχοτομήσαντες καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς πρὸς τῷ Γ ἀπολαβόντες ἐπιζεύξωμεν τὴν ΕΖ, ἔσται ἡ ὑπὸ ΓΕΖ τρίτου ὀρθῆς. ἡ γὰρ πρὸς τῷ Γ ἀποληφθεῖσα περιφέρεια ἡμίσεια οὖσα τῆς τοῦ ἑξαγώνου δωδέκατόν ἐστι τοῦ κύκλου· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ οὖσα δωδέκατόν ἐστι τῶν τεσσάρων ὀρθῶν· τρίτου ἄρα ὀρθῆς.

Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν $\overline{\tau\varsigma}$ πρὸς $\overline{\rho\nu\gamma}$] ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ ΕΖ τῆς ΖΓ, δῆλον ἐντεῦθεν· ἐὰν γὰρ προσεκβαλόντες τὴν ΖΓ ἐπὶ τὸ Γ καὶ ἴσην αὐτῇ

scribatur ita, ut segmenta inter ambitus circuli lateraque figurae rectilineae circumscriptae comprehensa minora sint spatio dato,[1]) perspicue a nobis expositum est in iis, quae in primum librum De sphaera et cylindro scripsimus [p. 26 sq.].

In theorema III.

In hoc theoremate adsidue radicem quadratam dati numeri inuenire iubemur. in numero autem non quadrato hoc exacte inueniri nequit; nam numerus in se ipsum multiplicatus numerum quadratum efficit, numerus uero et fractio in se ipsa multiplicata non iam numerum plenum efficiunt, sed etiam fractionem. quo modo autem adpropinquando radix quadrata dati numeri inuenienda sit, dictum est ab Herone in Metricis, a Pappo, Theone,[2]) compluribus aliis, qui Magnam syntaxin Claudii Ptolemaei interpretati sunt; quare nos nihil adtinet de hac re quaerere, cum studiosis liceat ex illis conquirere.

I p. 236, 13—14: et $\angle \Gamma E Z$ tertia pars recti] nam si arcu hexagoni in duas partes aequales diuiso et dimidia parte eius ad Γ posita rectam EZ duxerimus, erit $\angle \Gamma E Z$ tertia pars recti. nam arcus ad Γ positus, qui dimidia pars est arcus hexagoni, duodecima pars est circuli; quare etiam angulus $\Gamma E Z$, qui ad centrum positus est, duodecima pars est quattuor rectorum, h. e. tertia pars recti.

I p. 236, 14—15: itaque $EZ : Z\Gamma = 306 : 153$] esse $EZ = 2\,Z\Gamma$ sic adparet: si enim producta recta $Z\Gamma$ ad punctum Γ uersus et posita recta ei aequali ⟨ad terminum

1) Vol. I p. 232, 9—10; cfr. omnino I p. 233 not. 4; 235 not. 2.
2) Comm. in Ptolem. p. 44 sq. (ed. Basil.); Hero, Metr. I, 8 p. 18, 22 sqq. exstat praeterea ad Syntaxin Ptolemaei introductio ex Pappo, Theone, aliis excerpta, ubi haec quoque res exponitur.

11 ὁ ἀριθμὸς] *Wallis*, οσ (h. e. ὁ ϛ) A. 12 γενόμενα] A, γινόμενα *Wallis*. 18 ἐξὸν] mg. G, εξω(ν) A. 20 signa om. A, ut semper fere in hoc libello; hic illic add. G². 22 Γ] G², τριτω A. 23 τῷ] *Wallis*, το A. 27 ὀρθῆς] G, ορθη A. 30 Γ] *M Basil.*