δύο κύκλοι οἱ $Θ$, K, ὁ μὲν $Θ$ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ $AΔ$, ὁ δὲ K τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην ἔχων τῇ $ΔB$· ἔστιν ἄρα ὁ μὲν $Θ$ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΔAE$ τμήματος, ὁ δὲ K τοῦ $ΔBE$ τμήματος· τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ $AΔB$ καὶ κάθετος ἡ $ΓΔ$, ἔστιν, ὡς ἡ $AΓ$ πρὸς $ΓB$, τουτέστιν ἡ Z πρὸς H, τὸ ἀπὸ $AΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔB$, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $Θ$ κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ K κύκλου, τουτέστιν ὁ $Θ$ κύκλος πρὸς τὸν K κύκλον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΔAE$ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ $ΔBE$ τμήματος τῆς σφαίρας.

δ'.

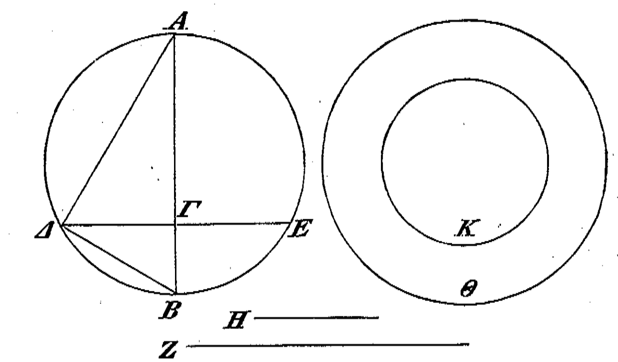
Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ $ABΓΔ$· δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

τετμήσθω διὰ τῆς $AΓ$ ἐπιπέδῳ· λόγος ἄρα τοῦ $AΔΓ$ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ $ABΓ$ τμῆμα τῆς σφαίρας δοθείς. τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ $ABΓΔ$, κέντρον δὲ τὸ K καὶ διάμετρος ἡ $ΔB$, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ $KΔX$ πρὸς $ΔX$, οὕτως ἡ PX πρὸς XB, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ KBX πρὸς BX, οὕτως ἡ $ΛX$ πρὸς $XΔ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $AΛ$, $ΛΓ$, AP, $PΓ$· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν $AΛΓ$ κῶνος τῷ $AΔΓ$

4 K] fort. K τῇ. 6 ὀρθή] B², δοθεισα ABC. 9 πρός] des. C. 14 inc. C.

ita, ut $Θ$ radium rectae $AΔ$ aequalem habeat, K autem rectae $ΔB$; itaque $Θ$ circulus aequalis est superficiei segmenti $ΔAE$ [I, 43], K autem superficiei segmenti $ΔBE$



[I, 42]; hoc enim in primo libro demonstratum est. et quoniam angulus $AΔB$ rectus est [Eucl. III, 31] et $ΓΔ$ perpendicularis, erit $AΓ : ΓB$, hoc est $Z : H = AΔ^2 : ΔB^2$ [u. p. 184, 16—17], hoc est radius circuli $Θ$ quadratus ad radium circuli K quadratum, hoc est $Θ : K$ [Eucl. XII, 2], hoc est superficies segmenti $ΔAE$ ad superficiem segmenti sphaerae $ΔBE$.

IV.[1])

Datam sphaeram ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.[2])

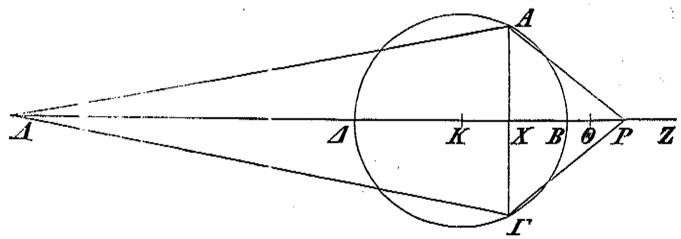
data sphaera sit $ABΓΔ$; oportet igitur eam plano ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.

secetur plano per $AΓ$ posito; ratio igitur segmenti $AΔΓ$ ad segmentum sphaerae $ABΓ$ data est. secetur autem

1) Citat Hero, Metr. p. 184, 26 sq. transscriptor nescio qua de causa propositiones III et IV permutauit; u. NJS. XI p. 392; cfr. Eutocius ad prop. IV et Περὶ ἑλίκ. praef.

2) Genuinam huius propositionis formam habemus Περὶ ἑλίκ. praef.: τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν.

τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΑΡΓ τῷ ΑΒΓ· λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΛΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον δοθείς.



ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ [ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον]· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ δοθείς. καὶ διὰ ταὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς κατασκευῆς, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΚΔ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΡΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΚΔ πρὸς ΛΔ, συνθέντι, ὡς ἡ ΡΚ πρὸς ΚΒ, τουτέστι πρὸς ΚΔ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην τὴν ΚΛ ἐστιν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ [ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΡΛΔ τῷ ἀπὸ ΛΚ. ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ]. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, οὕτως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἔσται ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ [καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. πάλιν, ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ, συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, διελόντι, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΧ]. καὶ κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ· ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον [καὶ ἔσται, ὡς ἡ

3 κῶνον] in κῶ- des. C. 4 ἐπείπερ — 6 ΧΡ] BGH, bis A. 12 ἴσον ἄρα — ἀπὸ ΛΚ] AB, delet *Hauber*. 14 ΔΧ] e corr. B, ΒΥ A. 15 ἡ] addidi, om. A. 16 καί] inc. C.

sphaera per centrum ⟨plano ad planum per $A\Gamma$ positum perpendiculari⟩,[1] et sectio sit circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, centrum autem K et diametrus ΔB, et fiat $K\Delta + \Delta X : \Delta X = PX : XB$,

$$KB + BX : BX = \Lambda X : X\Delta,$$

et ducantur $A\Lambda$, $\Lambda\Gamma$, AP, $P\Gamma$; itaque conus $A\Lambda\Gamma$ aequalis est segmento sphaerae $A\Delta\Gamma$ et $AP\Gamma$ conus segmento $AB\Gamma$ [prop. 2]; quare data est ratio $A\Lambda\Gamma : AP\Gamma$. sed $A\Lambda\Gamma : AP\Gamma = \Lambda X : XP$;[2] quare etiam ratio $\Lambda X : XP$ data est. et eodem modo, quo supra [u. Eutocius], per constructionem erit

$$\Lambda\Delta : K\Delta = KB : BP = \Delta X : XB.$$

et quoniam est $PB : BK = K\Delta : \Lambda\Delta$ [Eucl. V, 7 coroll.], erit componendo [Eucl. V, 18] $PK : KB$, hoc est $PK : K\Delta = K\Lambda : \Lambda\Delta$; quare etiam

$$P\Lambda : K\Lambda = K\Lambda : \Lambda\Delta \text{ [Eucl. V, 12; Eutocius];}$$

itaque $P\Lambda \times \Lambda\Delta = K\Lambda^2$ [Eucl. VI, 17].[3] erit igitur etiam $P\Lambda : \Lambda\Delta = K\Lambda^2 : \Lambda\Delta^2$ [u. Eutocius]. et quoniam $\Lambda\Delta : \Delta K = \Delta X : XB$, erit e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] et componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta : \Delta X.$$[4]

et ponatur $BZ = KB$; nam extra P punctum eam egressu-

1) Haec Archimedes ipse uix omiserat (p. 186, 24).
2) Sequitur ex I lemm. 1 p. 72, cum basis eadem sit.
3) Hoc addit propter synthesin (p. 192, 24). nec hinc pendet sequens ἄρα lin. 13, sed refertur ad proportionem

$$P\Lambda : K\Lambda = K\Lambda : \Lambda\Delta,$$

ut ex Eutocio quoque adparet. cfr. p. 190, 15.
4) Sequentia uerba καὶ ὡς lin. 16 — ἀπὸ ΔΧ lin. 17 subditiua sunt, ut docet Eutocii adnotatio: ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ· ἐδείχθη γάρ, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. sed etiam proxima uerba πάλιν lin. 18 — πρὸς ΒΧ lin. 20 et καὶ ἔσται lin. 21 — πρὸς ΖΧ p. 190, 2 delenda sunt; nam ut adpareat, rationem $\Lambda\Delta : \Lambda X$ datam esse, Eutocius prius demonstrat, esse $BZ : ZX = \Lambda\Delta : \Lambda X$, quod non fecisset, si iam apud Archimedem ipsum demonstrationem inuenisset.

ΔΛ πρὸς ΔX, οὕτως ἡ ZB πρὸς BX· ὥστε καί, ὡς ἡ ΔΛ πρὸς ΛX, ἡ BZ πρὸς ZX]. ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛX δοθείς, καὶ τῆς PΛ ἄρα πρὸς ΛX λόγος ἐστὶ δοθείς. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς PΛ πρὸς ΛX λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ PΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΔΛ πρὸς ΛX, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ PΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛX, οὕτως ἡ BZ πρὸς ZX, ὁ ἄρα τῆς PΛ πρὸς ΛX λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, καὶ ἡ BZ πρὸς ZX. πεποιήσθω δέ, ὡς ἡ PΛ πρὸς ΛX, ἡ BZ πρὸς ZΘ· λόγος δὲ τῆς PΛ πρὸς ΛX δοθείς· λόγος ἄρα καὶ τῆς ZB πρὸς ZΘ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ BZ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ZΘ. καὶ ὁ τῆς BZ ἄρα λόγος πρὸς ZΘ συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, καὶ ἡ BZ πρὸς ZX. ἀλλ' ὁ BZ πρὸς ZΘ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς BZ πρὸς ZX καὶ τοῦ τῆς ZX πρὸς ZΘ [κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ τῆς BZ πρὸς ZX]· λοιπὸν ἄρα ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ BΔ, τουτέστι δοθέν, πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, οὕτως ἡ XZ πρὸς ZΘ, τουτέστι πρὸς δοθέν. καί ἐστιν δοθεῖσα ἡ ZΔ εὐθεῖα· εὐθεῖαν ἄρα δοθεῖσαν τὴν ΔZ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ X καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν XZ πρὸς δοθεῖσαν [τὴν ZΘ], οὕτως τὸ δοθὲν [τὸ ἀπὸ BΔ] πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX. τοῦτο οὕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων [τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔB τῆς BZ καὶ τοῦ μείζονα τῆς ZΘ τὴν ZB, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν] οὐκ ἔχει διορισμόν· καὶ ἔσται τὸ πρό-

2 ΔΛ] PX Hauber. 8 ZX] C, e corr. B, BX A. 9 ἀπό (alt.)] AB, om. C. 11 ZΘ] AB, ΘZ C. 13 δέ] des. C. 16 ἀλλ' — 18 ZΘ] mg. B². 17 ὁ] fort. ὁ τῆς. ἔκ] fort. καὶ ἔκ. 22 ZΔ] A, dz B. εὐθεῖαν ἄρα] scripsi, παρα AB, ἄρα comp. H, καὶ δή Eutocius. 28 τῆς ZΘ τὴν ZB] scripsi, την ZΘ της ΘB AB, τὴν BZ τῆς ZΘ *Torellius*.

ram esse, adparet [u. Eutocius]. et quoniam ratio $\Delta\Lambda : \Lambda X$ data est [u. Eutocius], etiam ratio $P\Lambda : \Lambda X$ data erit.[1]) iam quoniam ratio $P\Lambda : \Lambda X$ composita est ex rationibus $P\Lambda : \Lambda\Delta$ et $\Delta\Lambda : \Lambda X$, sed $P\Lambda : \Lambda\Delta = \Delta B^2 : \Delta X^2$ [u. Eutocius][2]) et

$$\Delta\Lambda : \Lambda X = BZ : ZX \text{ [u. p. 189 not. 4]},$$

ratio $P\Lambda : \Lambda X$ composita est ex rationibus $B\Delta^2 : \Delta X^2$ et $BZ : ZX$. fiat[3]) autem

$$P\Lambda : \Lambda X = BZ : Z\Theta;$$

ratio autem $P\Lambda : \Lambda X$ data est; itaque etiam ratio $ZB : Z\Theta$ data. sed etiam BZ data est; radio enim aequalis est; quare etiam $Z\Theta$ data [Eucl. Dat. 2]. itaque[4]) etiam ratio $BZ : Z\Theta$ composita est ex rationibus $B\Delta^2 : \Delta X^2$ et $BZ : ZX$. sed ratio $BZ : Z\Theta$ ⟨eadem⟩ ex rationibus $BZ : ZX$ et $ZX : Z\Theta$ composita est;[5]) itaque, quod relinquitur $B\Delta^2$, hoc est spatium datum, ad ΔX^2 eam rationem habet, quam XZ ad $Z\Theta$, hoc est ad datam rectam [u. Eutocius]. et data est recta $Z\Delta$; datam igitur rectam ΔZ secare oportet in puncto X ita, ut sit, sicut XZ ad rectam datam, ita datum spatium ad ΔX^2. hoc si ita indefinite proponitur, deter-

1) Genuinam huius loci (lin. 2—3) formam praebet Eutocius: *ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛX δοθεὶς καὶ τῆς PΛ πρὸς ΛX, καὶ τῆς PΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς.* et ipsius *lr* ad *lq* mg. add. B².

2) Archimedes scripserat lin. 6: *ἀλλ' ὡς μὲν ἡ PΛ πρὸς ΛΔ, ἐδείχθη τὸ ἀπὸ BΔ* (Eutocius). demonstratum est mg. add. B².

3) Hoc uno loco (lin. 10) *πεποιήσθω* tuetur Eutocius.

4) *ἄρα* lin. 15 ad lin. 10—11 refertur, ita ut *λόγος* lin. 11—ZΘ lin. 14 *διὰ μέσου* sint. cfr. p. 189 not. 3.

5) Ex Eutocio concludi posse uidetur, uerba *κοινός* lin. 18 —*πρὸς ZX* lin. 19 subditiua esse.

βλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν $B\Delta$, BZ καὶ διπλασίας οὔσης τῆς $B\Delta$ τῆς BZ καὶ σημείου ἐπὶ τῆς BZ τοῦ Θ τεμεῖν τὴν ΔB κατὰ τὸ X καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, τὴν XZ πρὸς $Z\Theta$· ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε καὶ συντεθήσεται.

συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Π πρὸς Σ μείζονος πρὸς ἐλάσσονα, καὶ δεδόσθω τις σφαῖρα καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω τομὴ ὁ $AB\Gamma\Delta$ κύκλος, καὶ διάμετρος ἔστω ἡ $B\Delta$, κέντρον δὲ τὸ K, καὶ τῇ KB ἴση κείσθω ἡ BZ, καὶ τετμήσθω ἡ BZ κατὰ τὸ Θ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν ΘZ πρὸς ΘB, τὴν Π πρὸς Σ, καὶ ἔτι τετμήσθω ἡ $B\Delta$ κατὰ τὸ X, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν XZ πρὸς ΘZ, τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, καὶ διὰ τοῦ X ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὴν $B\Delta$· λέγω, ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο τεμεῖ τὴν σφαῖραν, ὥστε εἶναι, ὡς τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον, τὴν Π πρὸς Σ.

πεποιήσθω γάρ, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ KBX πρὸς BX, οὕτως ἡ ΔX πρὸς ΔX, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ $K\Delta X$ πρὸς $X\Delta$, ἡ PX πρὸς XB, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $A\Delta$, $\Delta\Gamma$, ΔP, $P\Gamma$· ἔσται δὴ διὰ τὴν κατασκευήν, ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ $P\Lambda\Delta$ τῷ ἀπὸ ΔK, καὶ ὡς ἡ $K\Delta$ πρὸς $\Lambda\Delta$, ἡ $B\Delta$ πρὸς ΔX· ὥστε καί, ὡς τὸ ἀπὸ $K\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Lambda\Delta$, τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν $P\Lambda\Delta$ τῷ ἀπὸ ΔK ἐστιν ἴσον [ἔστιν, ὡς ἡ

1 $B\Delta$] A, *db* B. 2 $B\Delta$] A, *db* B. 3 ΔB] B, AB A. 8 μείζονος] e corr. BG, μειζον A. 16 τήν] scripsi, το A. 24 τῷ] BG, τω A. 25 πρός—26 $K\Delta$] ter A, bis BG, corr. BG.

minationem habet, sed adiunctis conditionibus, quae hoc loco exstant, determinationem non habet; et erit problema huiusmodi: datis duabus rectis $B\Delta$ et BZ, quarum $B\Delta$ duplo maior est recta BZ, et puncto Θ in recta BZ rectam ΔB in puncto X ita secare, ut fiat

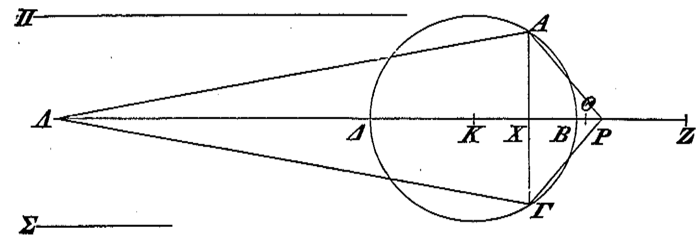
$$B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : Z\Theta;$$

quorum utrumque in fine et resoluetur et componetur.[1])

componetur igitur problema hoc modo: data ratio sit rectae Π ad Σ, maioris ad minorem, et sphaera data sit planoque secetur per centrum posito, et sectio sit circulus $AB\Gamma\Delta$, cuius diametrus sit $B\Delta$, centrum autem K, et ponatur BZ rectae KB aequalis, secetur autem BZ in puncto Θ ita, ut sit $\Theta Z : \Theta B = \Pi : \Sigma$, porro $B\Delta$ in puncto X ita secetur, ut sit

$$XZ : \Theta Z = B\Delta^2 : \Delta X^2,$$

et per X ducatur planum ad $B\Delta$ perpendiculare; dico, hoc planum sphaeram ita secaturum esse, ut maius segmentum



ad minus eam rationem habeat, quam $\Pi : \Sigma$.

fiat[2]) enim $KB + BX : BX = \Lambda X : \Delta X$ et

$$K\Delta + \Delta X : X\Delta = PX : XB,$$

1) Quod hic pollicetur Archimedes supplementum, iam Dioclis et Dionysodori temporibus interciderat, sed Eutocius putat, se ipsam Archimedis resolutionem repperisse, neque iniuria (Quaest. Arch. p. 21). aliam totius problematis resolutionem dedit Hugenius, Opera mechanica cet. (Lugd. Batau. 1751. 4) II p. 388—91.

2) Lin. 20 γεγονέτω habet Eutocins.

ΡΑ πρὸς ΑΔ, τὸ ἀπὸ ΑΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ], ἔσται ἄρα καί, ὡς ἡ ΡΑ πρὸς ΑΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τουτέστιν ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΑΧ πρὸς ΧΔ, ἴση δέ ἐστιν ἡ ΚΒ τῇ ΒΖ, ἔσται ἄρα καί, ὡς ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, οὕτως ἡ ΑΧ πρὸς ΧΔ. ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως ἡ ΧΑ πρὸς ΑΔ· ὥστε καί, ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΑΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΡΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, ὡς δὲ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ δι᾿ ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΡΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΧ πρὸς ΧΡ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. ὡς δὲ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΧ πρὸς ΧΡ, τουτέστιν ὁ ΑΓΔ κῶνος πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον, τουτέστι τὸ ΑΔΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ.

ε΄.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ τμήματος βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, τοῦ δὲ ΕΖΗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον· δεῖ δὴ εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ ΕΖΗ ὅμοιον.

εὑρήσθω καὶ ἔστω τὸ ΘΚΛ, καὶ ἔστω αὐτοῦ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλος, κορυφὴ δὲ

---

6 ΔΧ] e corr. B, ΔΧ A. 15 ΑΔΓ] e corr. B, ΑΛΓ A. 19 ἄλλῳ] B, αλλο A.

et ducantur. AA, $A\Gamma$, AP, $P\Gamma$; erit igitur propter constructionem, ut in analysi demonstrauimus [p. 188, 12], $PA \times A\Delta = AK^2$, et

$$K\Delta : A\Delta = B\Delta : \Delta X \text{ [p. 188, 15—16]};$$

quare etiam $K\Delta^2 : A\Delta^2 = B\Delta^2 : \Delta X^2$. et quoniam

$$PA \times A\Delta = AK^2,$$

erit etiam

$$PA : A\Delta = B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : \Theta Z \text{ [ex hypothesi]}.$$

et quoniam est $KB + BX : BX = AX : X\Delta$, et $KB = BZ$, erit etiam $ZX : XB = AX : X\Delta$. et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.] $ZX : ZB = AX : A\Delta$; quare etiam $A\Delta : AX = BZ : ZX$ [Eucl. V, 7 coroll.]. et quoniam est

$$PA : A\Delta = XZ : Z\Theta \quad \text{et} \quad A\Delta : AX = BZ : ZX,$$

erit ex aequo in perturbata ratione [Eucl. V, 21; cfr. Eutocius] $PA : AX = BZ : Z\Theta$; quare etiam $AX : XP = Z\Theta : \Theta B$.[1]) sed $Z\Theta : \Theta B = \Pi : \Sigma$ [ex hypothesi]; ergo etiam $AX : XP$, hoc est conus $A\Gamma A$ ad conum $AP\Gamma$ [p. 189 not. 2], hoc est segmentum sphaerae $A\Delta\Gamma$ ad segmentum sphaerae $AB\Gamma$ [prop. 2] $= \Pi : \Sigma$.

V.

Segmentum sphaerae construere dato segmento sphaerae simile et alii dato idem aequale.[2])

duo segmenta sphaerae data sint $AB\Gamma$, EZH, et segmenti $AB\Gamma$ basis sit circulus circum diametrum AB descriptus, uertex autem Γ punctum, segmenti uero EZH basis circulus circum diametrum EZ descriptus, uertex autem punctum H; oportet igitur segmentum sphaerae reperiri segmento $AB\Gamma$ aequale et idem segmento EZH simile.

repertum sit sitque ΘKA, et basis eius sit circulus circum diametrum ΘK descriptus, uertex autem punctum A;

---

1) Nam conuertendo $PA : XP = BZ : B\Theta$, et permutando $PA : BZ = XP : B\Theta = AX : Z\Theta$; unde permutando

$$AX : XP = Z\Theta : B\Theta.$$

2) Hoc problema antea latius proposuerat: τὸ δοθὲν τμᾶμα